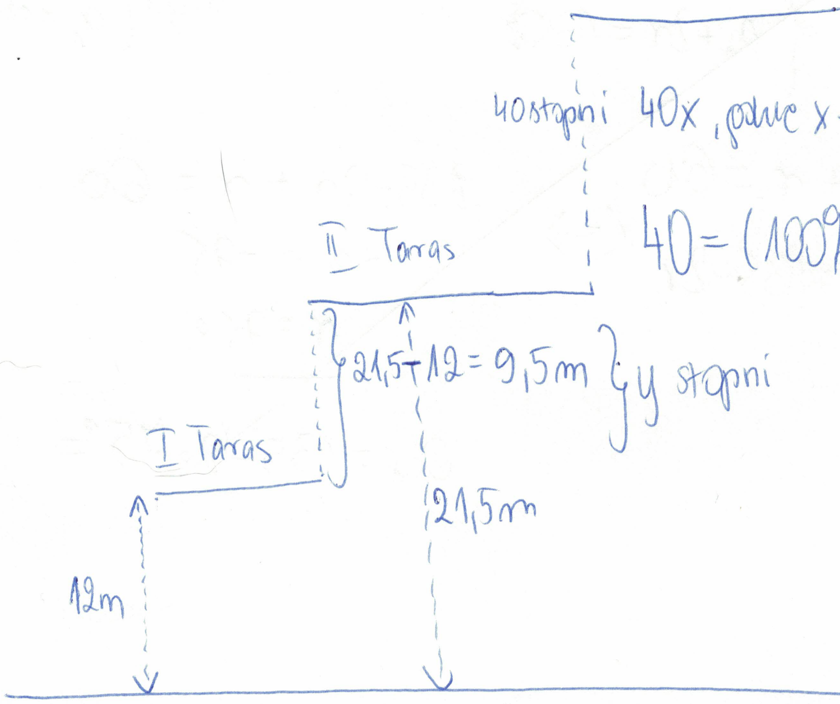
Rozwiązanie zadania 8 s 120



40 stopni $40x$, gdzie x - wysokość jednego stopnia

$$40 = (100\% - 20\%) \cdot y = 80\% y = 0{,}8y$$

zatem $y = \frac{40}{0{,}8} = 50$

Jeśli przez y oznaczymy ilość stopni między I a II tarasem, to z treści mamy $40 = 80\% y$, gdzie 40 to liczba stopni między II a III tarasem.

Zatem $y = 50$ i 50 stopni o wysokości x daje długość 9,5 m, czyli

$50x = 9{,}5 \iff \underline{x = 0{,}19\,m}$

Proszę wykonać ćw 3 a) ze str. 122

Rozwiązanie zad. 2 s 122 c)

$a_{10} = -4$; $r = 1$ $\qquad a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

$a_{10} = a_1 + 9r \iff -4 = a_1 + 9\cdot 1$ stąd $\underline{a_1 = -13}$

zatem $a_n = -13 + (n-1)\cdot 1 = -13 + n - 1 = \underline{-14 + n}$

Prosta $y = -14 + x$ przecina oś OX w punkcie $(x_0, 0)$, gdzie x_0 jest miejscem zerowym, a zatem $0 = -14 + x \iff x = 14$, czyli $(14, 0)$

Ćw.3 s. 122

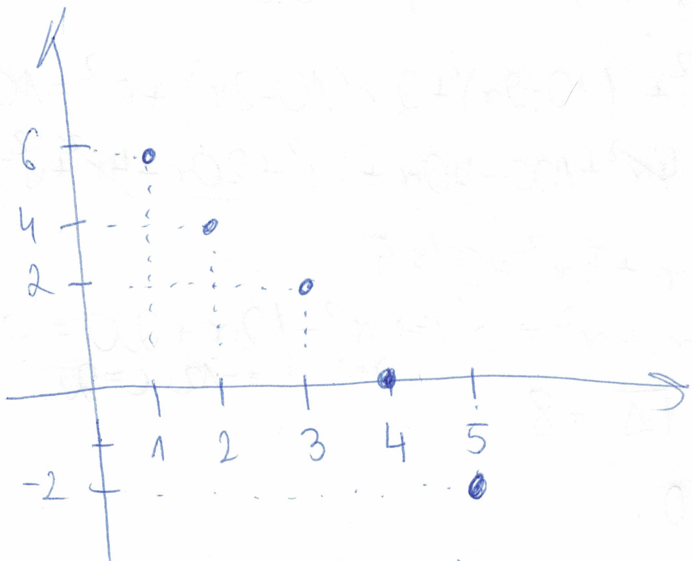
$6, 4, 2, 0, -2$

a) $a_1=6$, $a_2=4$ $\qquad r=a_2-a_1=4-6=-2$

$a_n=a_1+(n-1)\cdot r=6+(n-1)\cdot(-2)=6-2n+2=8-2n$

$a_n=8-2n$ wzór ogólny ciągu

Równanie prostej w której zawiera się wykres ciągu: $y=-2x+8$



Proszę wykonać Ćw 3 b) s 122.

Zadanie 1 s 122

c) Rozwiązanie: Zauważmy, że z wykresu można odczytać $a_2=2$ oraz $a_7=1$. Stąd

$$\begin{cases} a_2=a_1+r \\ a_7=a_1+6r \end{cases} \Leftrightarrow -\begin{cases} 2=a_1+r \\ 1=a_1+6r \end{cases}$$

$$1=-5r$$

$$r=-\frac{1}{5}$$

$$2=a_1-\frac{1}{5}$$

$$a_1=2\frac{1}{5}$$

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$

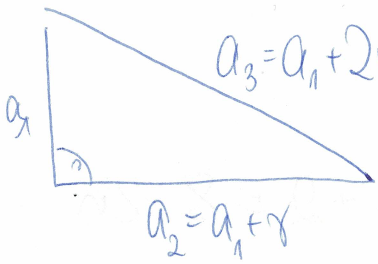
$$a_n=2\frac{1}{5}+(n-1)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$a_n=2\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{5}n=2\frac{2}{5}-\frac{1}{5}n$$

$a_n>0 \Leftrightarrow 2\frac{2}{5}-\frac{1}{5}n>0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}n>-2\frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{1}{5}n>-\frac{12}{5} \;\Big|:\left(-\frac{1}{5}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n<12$, zatem wyrazy $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$ są dodatnie (większe od zera)

Rozwiązanie zadania 5 b) s 123



$a_3 = a_1 + 2r$ oraz $a_1 + 2r = 10$ wtedy $a_1 = 10 - 2r$

oraz $a_1^2 + a_2^2 = a_3^2$ z tw. Pitagorasa, zatem

$$a_1^2 + (a_1 + r)^2 = \underbrace{(a_1 + 2r)}_{=10}{}^2$$

$$a_1^2 + (a_1 + r)^2 = 10^2$$

$$a_1^2 + (a_1^2 + 2a_1 r + r^2) = 100$$

$$(10 - 2r)^2 + (10 - 2r)^2 + 2r(10 - 2r) + r^2 = 100$$

$$\cancel{100} - 40r + \cancel{4r^2} + 100 - 40r + 4r^2 + 20r - \cancel{4r^2} + r^2 = \cancel{100}$$

$$100 - 60r + 5r^2 = 0 \quad |:5$$

$$20 - 12r + r^2 = 0 \iff r^2 - 12r + 20 = 0$$

$a = 1$ $b = -12$ $c = 20$

$\Delta = 144 - 4 \cdot 20 \cdot 1 = 144 - 80 = 64$ $\sqrt{\Delta} = 8$

$r_1 = \frac{12 - 8}{2} = 2$ lub $r_2 = \frac{12 + 8}{2} = 10$

Zauważmy, że gdy $r = 10$ wtedy $a_1 = 10 - 2 \cdot r = 10 - 20 = -10 < 0$
co jest sprzeczne z tym, że a_1 jest długością boku trójkąta

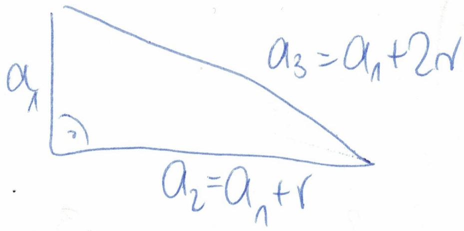
oraz gdy $r = 2$ wtedy $a_2 = 10 - 2 \cdot 2 = 6$

Zatem $a_1 = 6$ i $a_2 = 8$.

Proszę wykonać zad. 5a)

Rozwiązanie zadania 6 s 123

a)



Na mocy tw. Pitagorasa mamy

$$a_1^2+a_2^2=a_3^2 \iff a_1^2+(a_1+r)^2=(a_1+2r)^2$$

$$\cancel{a_1^2}+a_1^2+2a_1r+r^2=\cancel{a_1^2}+4a_1r+4r^2$$

$$a_1^2-2a_1r+r^2=4r^2$$

$$(a_1-r)^2=(2r)^2$$

Zatem $a_1-r=2r$ lub $a_1-r=-2r$, stąd

$a_1=3r$ lub $a_1=-r$

Zauważmy, że jeśli $a_1=-r$ i $r<0$ to $a_2=a_1+r=-r+r=0$, co jest sprzeczne, bo a_2 ma być długością boku trójkąta.

Zatem $a_1=3r$, $a_2=4r$, $a_3=5r$ oraz $3r<4r<5r$. Trójkąt o bokach $3r, 4r, 5r$ jest podobny do trójkąta o bokach $3, 4, 5$ w skali $k=r$.

Proszę wykonać zad 6/123 b).

Rozwiązanie zadania 7 s 123 b)

$f(x)=ax^2+bx+c$

$a_n=f(n+1)-f(n)=\left(a(n+1)^2+b(n+1)+c\right)-\left(an^2+bn+c\right)=$

$=\left(a(n^2+2n+1)+bn+b+c\right)-an^2-bn-c=\left(an^2+2an+a+bn+b+c\right)-an^2-bn-c=$

$=\cancel{an^2}+2an+a+\cancel{bn}+b+\cancel{c}-\cancel{an^2}-\cancel{bn}-\cancel{c}=2an+a+b$; $a_n=2an+a+b$

Obliczymy $a_{n+1}=2a\cdot(n+1)+a+b=2an+2a+a+b=2an+3a+b$

Obliczymy $r=a_{n+1}-a_n=(2an+3a+b)-(2an+a+b)=\cancel{2an}+3a+\cancel{b}-\cancel{2an}-a-\cancel{b}=2a$

Ponieważ $r=2a$, gdzie a jest stałą liczbą, to ciąg jest arytmetyczny.

Proszę wykonać zad. 7 s 123 a)

Rozwiązanie zadania 1 s 123 h), f), d)

$a_n = 2^n - 2n$

Obliczamy a_1, a_2 i a_3: $a_1 = 2^1 - 2\cdot 1 = 2-2=0$, $a_2 = 2^2 - 2\cdot 2 = 0$, $a_3 = 2^3 - 2\cdot 3 = 2$
$\overset{\shortparallel}{8-6}$

Sprawdzamy, czy ciąg jest arytmetyczny:

$a_{n+1} = 2^{n+1} - 2\cdot(n+1) = 2^n \cdot 2^1 - 2n - 2$

$a_{n+1} - a_n = 2^n \cdot 2 - 2n - 2 - (2^n - 2n) = 2^n \cdot 2 - \cancel{2n} - 2 - 2^n + \cancel{2n} =$
$= 2^n$. Ciąg nie może być arytmetyczny, bo różnica $a_{n+1} - a_n$ nie jest stałą liczbą, bo jej wartość zależy od n.

f) $a_n = 8 - n^3$

$a_1 = 8 - 1^3 = 7$ $a_2 = 8 - 2^3 = 0$, $a_3 = 8 - 3^3 = -19$

$a_{n+1} = 8 - (n+1)^3 = 8 - (n+1)(n+1)^2 = 8 - (n+1)(n^2+2n+1) = 8 - (n^3 + 2n^2 + n + n^2 + 2n + 1)$

$a_{n+1} = 8 - (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) = 8 - n^3 - 3n^2 - 3n - 1 = 7 - n^3 - 3n^2 - 3n$

$a_{n+1} - a_n = 7 - n^3 - 3n^2 - 3n - (8 - n^3) = 7 - \cancel{n^3} - 3n^2 - 3n - 8 + \cancel{n^3} = -3n^2 - 3n - 1$

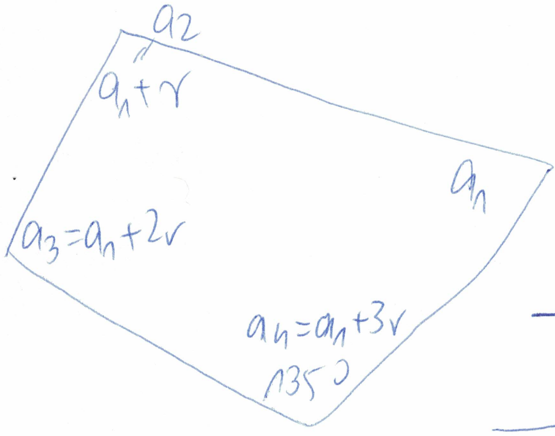
Różnica $a_{n+1} - a_n$ nie jest stałą liczbą, bo jej wartość zależy od n, zatem ciąg nie jest arytmetyczny.

d) $a_n = \frac{n+1}{3} = \frac{1}{3}n + \frac{1}{3}$ $a_1 = \frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $a_2 = \frac{1}{3}\cdot 2 + \frac{1}{3} = 1$ $a_3 = \frac{1}{3}\cdot 3 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

$a_{n+1} = \frac{(n+1)+1}{3} = \frac{n+2}{3} = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$

$a_{n+1} - a_n = \left(\frac{1}{3}n + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}n + \frac{1}{3}\right) = \cancel{\frac{1}{3}n} + \frac{2}{3} - \cancel{\frac{1}{3}n} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ Różnica $a_{n+1} - a_n$ jest stałą liczbą i nie zależy od n, więc jest to ciąg arytmetyczny o różnicy $r = \frac{1}{3}$.

Rozwiązanie zadania 3.1123 b) 3D



$a_1+3r=135$

oraz $a_1+a_2+a_3+a_4=360$

czyli $a_1+a_1+r+a_1+2r+135=360$

$$-\begin{cases} a_1+\cancel{3r}=135 \\ 3a_1+\cancel{3r}=225 \end{cases}$$

$-2a_1=-90$ oraz $45^\circ+3r=135^\circ$

$3r=90^\circ$

$r=30^\circ$

$\underline{a_1=45^\circ}$

$a_2=45^\circ+30^\circ=\underline{75^\circ}$

$a_3=75^\circ+30^\circ=\underline{105^\circ}$